INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt:	MO-ME-N-T MOderní MEtody s Novými Technologiemi
Reg.č.:	CZ.1.07/1.5.00/34.0903
Operační program:	Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Škola:	Hotelová škola, Vyšší odborná škola hotelnictví a turismu a Jazyková škola s právem státní jazykové zkoušky Poděbrady
Tematický okruh:	Mocninné funkce
Jméno autora:	Mgr. Karel Lhotský
Datum:	30. června 2013
Ročník: (Cíl. skupina):	2. ročník HŠ
Anotace:	Učební materiál určený nejen k výkladu v hodinách matematiky, ale především k samostudiu, popřípadě

Mocninné funkce

f: $y = x^n$

Definice:

Kvadratická funkce je funkce daná předpisem:
$y = x^n$, kde n je celé číslo ($n \in Z$).

Definičním oborem $D(f)$ mocninné funkce je:

- množina R, je-li $n \in N$
- množina $R - \{0\}$, je-li $n \in Z^-$ nebo $n = 0$.

(Podle vlastností mocnin není výraz x^n definován pro $x = 0$ a také pro záporný exponent n.)

$0^n = 0$ … pro všechna $n \in Z$

$1^n = 1$ … pro všechna $n \in Z$

$(-1)^n = 1$ … pro všechna n sudá

$(-1)^n = -1$ … pro všechna n lichá

$f: y = x^1$

$f: y = x$

$D(f) = R$

lineární funkce (přímá úměrnost)

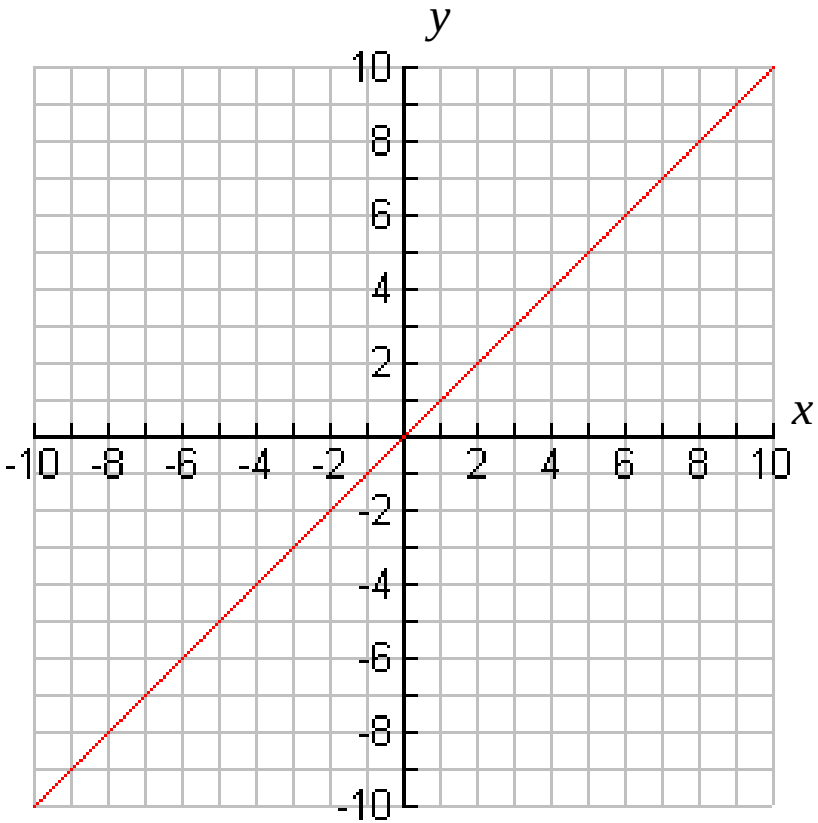
$n = 1$ je liché číslo:

$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

$f(-1) = -1$

$H(f) = R$



$f: y = x^2$

kvadratická funkce

$D(f) = R$

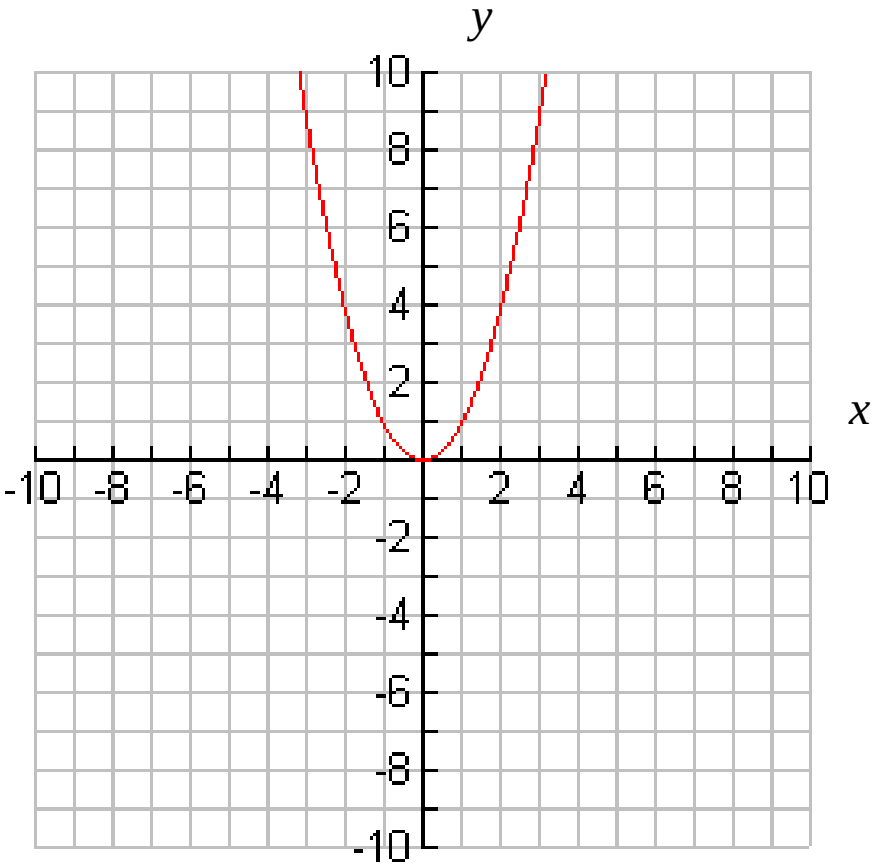
$n = 2$ je sudé číslo:

$f(0) = 0$

$f(1) = 1 = f(-1)$

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4

$H(f) = \langle 0; \infty)$



$f: y = x^3$

kubická funkce

$D(f) = R$

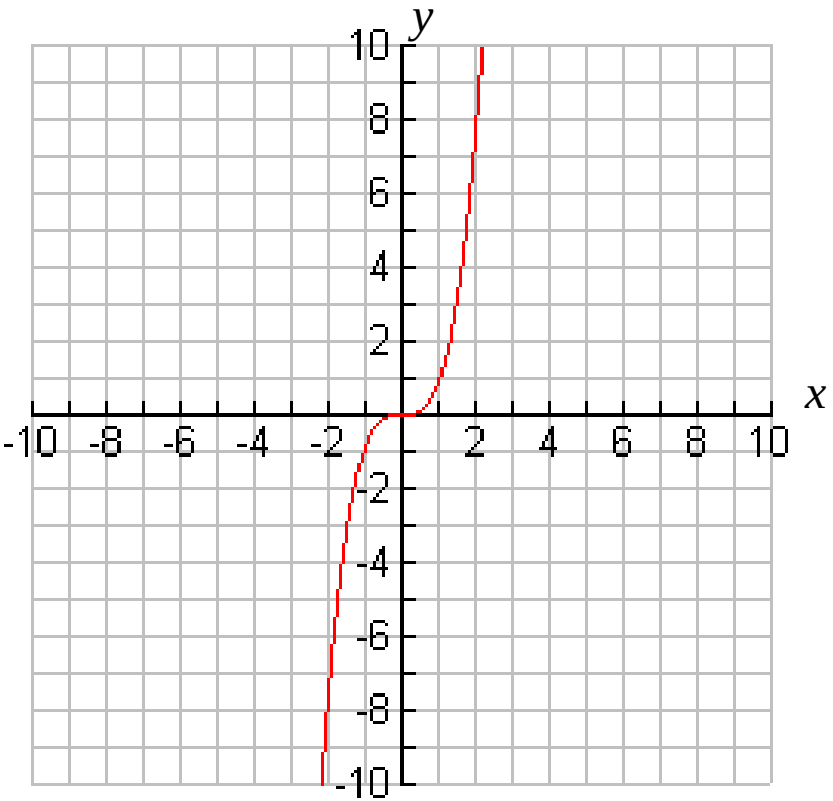
$n = 3$ je liché číslo:

$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

$f(-1) = -1$

x	-2	-1	0	1	2
x^3	-8	-1	0	1	8



$H(f) = R$

f: $y = x^4$

bikvadratická funkce

$D(f) = R$

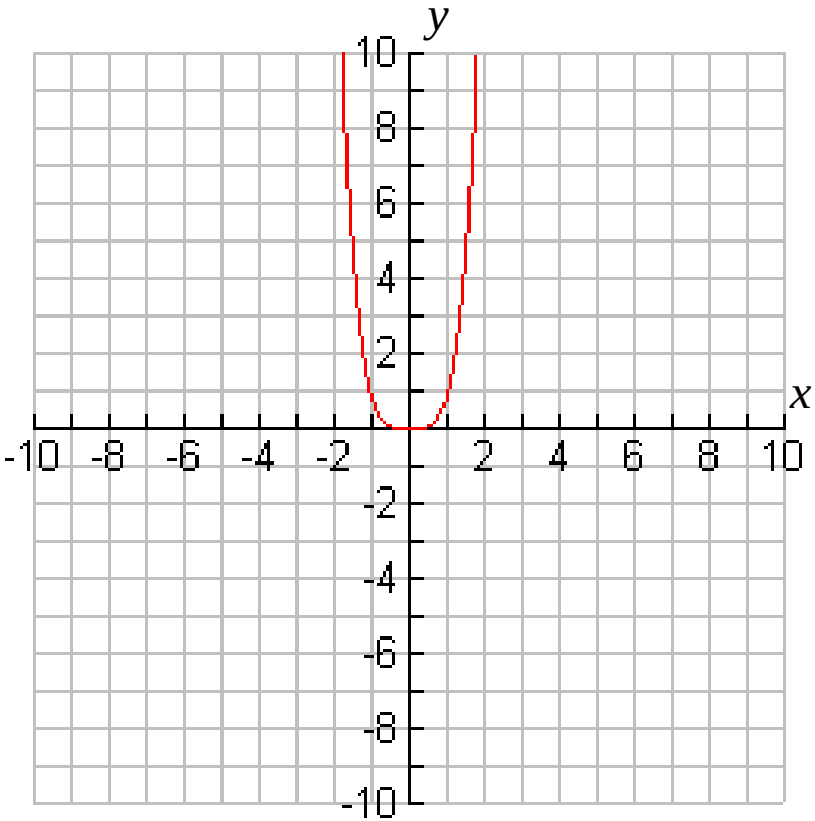
$n = 4$ je sudé číslo:

$f(0) = 0$

$f(1) = 1 = f(-1)$

x	-2	-1	0	1	2
x^4	16	1	0	1	16

$H(f) = \langle 0; \infty)$



$f: y = x^5$

$D(f) = R$

$n = 5$ je liché číslo:

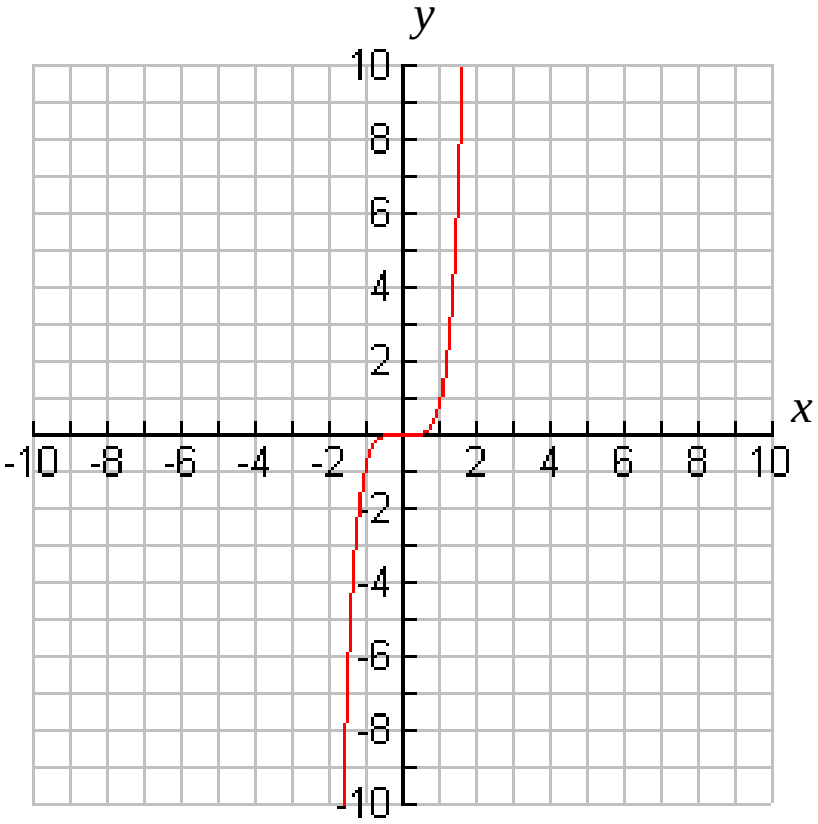
$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

$f(-1) = -1$

x	-2	-1	0	1	2
x^3	-32	-1	0	1	32

$H(f) = R$



$f\colon y = x^6$

$D(f) = R$

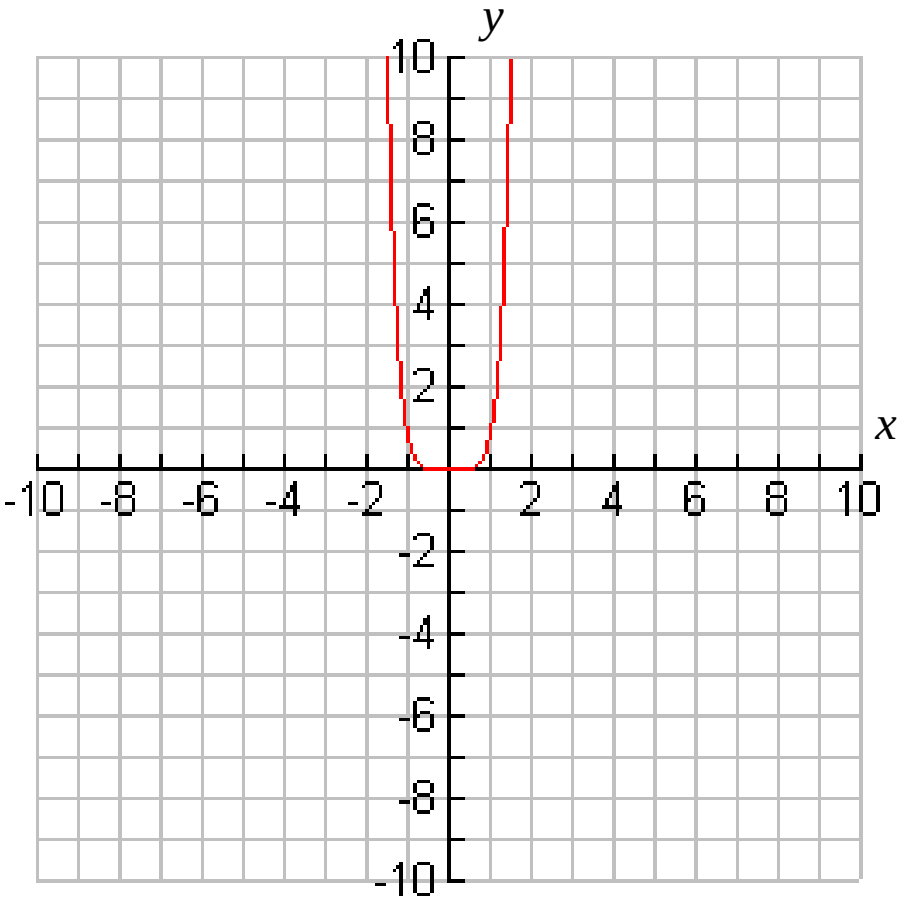
$n = 6$ je sudé číslo:

$f(0) = 0$

$f(1) = 1 = f(-1)$

x	-2	-1	0	1	2
x^6	64	1	0	1	64

$H(f) = \langle 0; \infty)$



Vlastnosti funkce f: $y = x^n$, pro $n \in N$

$D(f) = R$

$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

Funkce rostoucí v $\langle 0; \infty)$.

Funkce nemá maximum v $D(f)$.

Funkce není shora omezená.

Další vlastnosti se liší podle toho, zda je číslo n sudé nebo liché.

Vlastnosti funkce f: $y = x^n$, pro $n \in N$, n … liché

$f(-1) = -1$

Funkce je rostoucí v $(-\infty; 0\rangle$, tedy v celém $D(f)$.

Funkce nemá minimum v $D(f)$.

Funkce není zdola omezená.

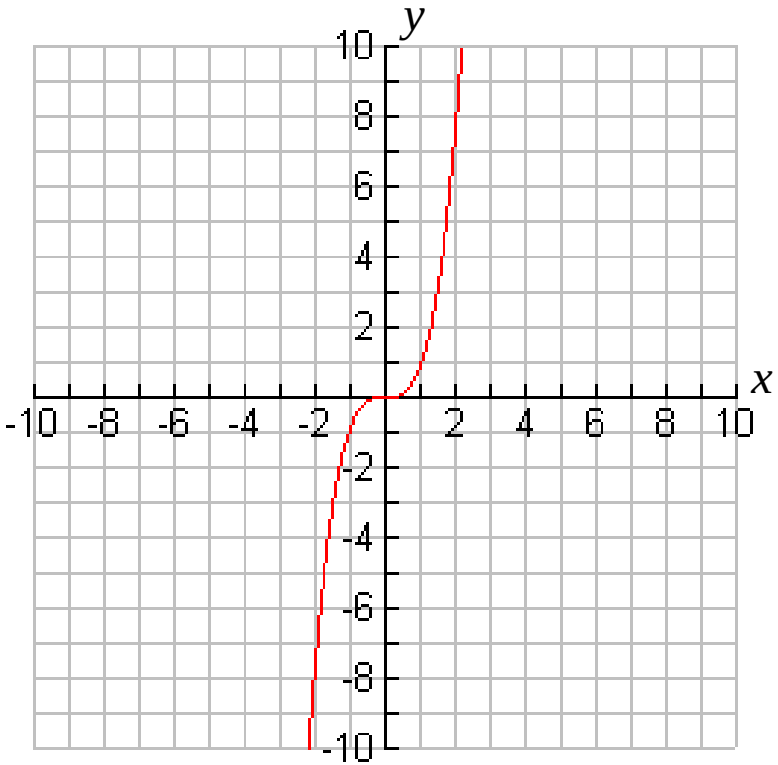
$H(f) = R$

Graf je středově souměrný podle počátku soustavy souřadnic (bodu [0; 0]).

Pro všechna $x \in D(f)$ platí:

$f(-x) = -f(x)$.

Každá funkce s touto vlastností se nazývá **funkce lichá**.



Vlastnosti funkce f: $y = x^n$, pro $n \in N$, n … sudé

$D(f) = R$

$f(-1) = 1$

Funkce je klesající v $(-\infty; 0\rangle$.

Funkce má minimum v bodě 0, $f(0) = 0$.

Funkce je zdola omezená.

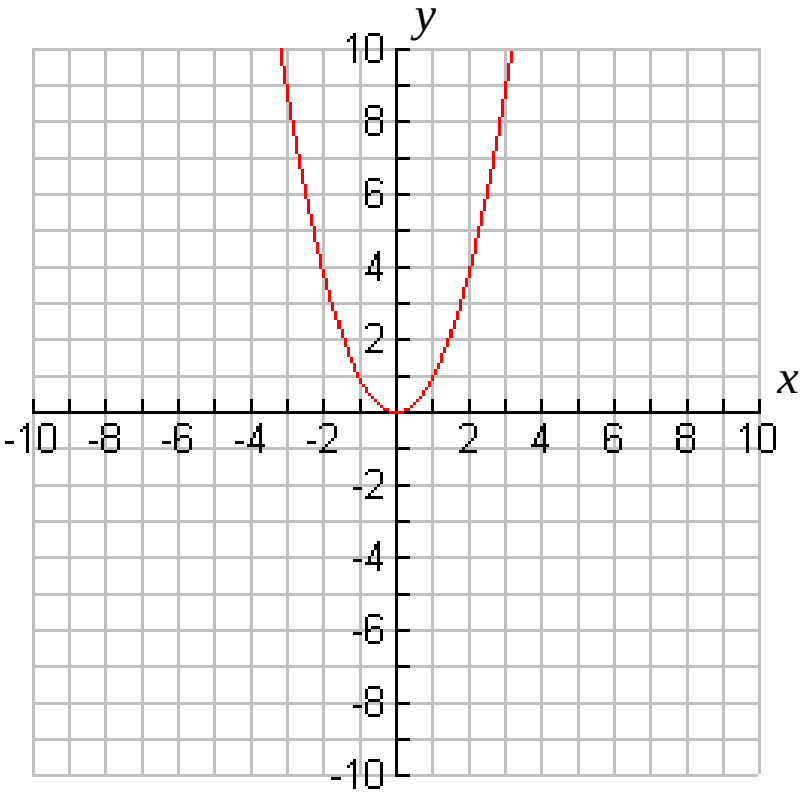
$H(f) = \langle 0; \infty)$.

Graf je osově souměrný podle osy y.

Pro všechna $x \in D(f)$ platí:

$f(-x) = f(x)$.

Každá funkce s touto vlastností se nazývá **funkce sudá**.

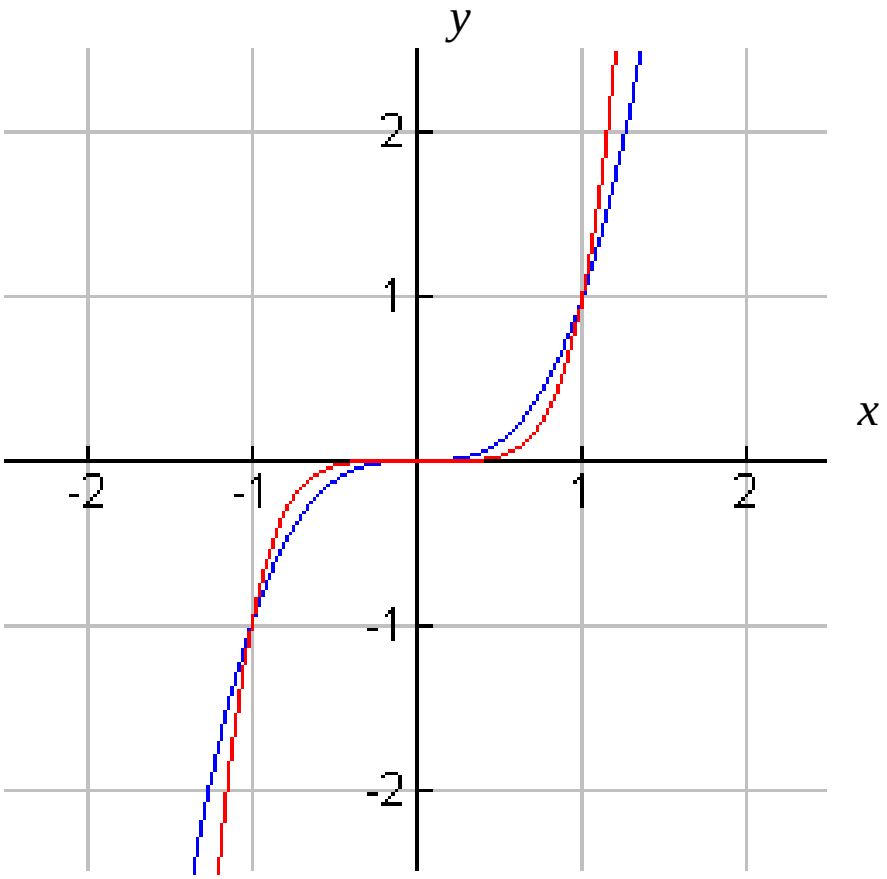


Porovnání grafů funkcí $y = x^n$, pro $n \in N$

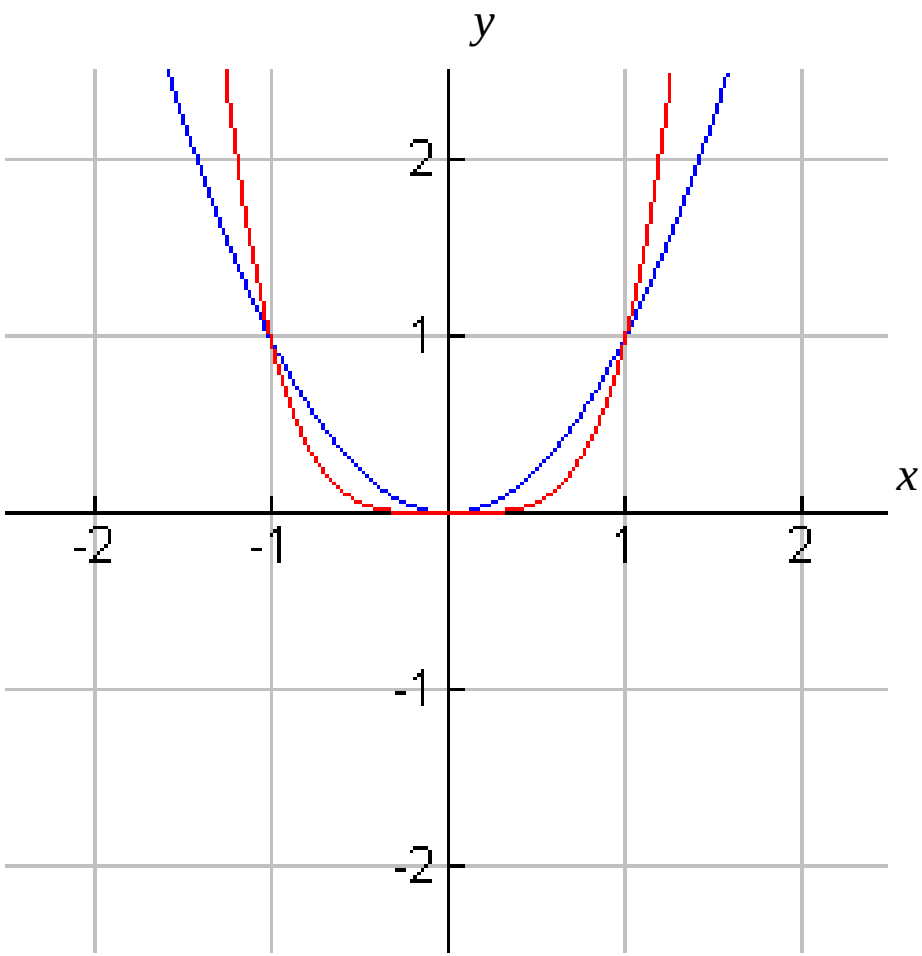
Grafy mocninných funkcí pro přirozený sudý, popřípadě lichý, exponent jsou podobné.

Liší se pouze zakřivením, zejména v intervalu $\langle -1; 1 \rangle$.

$f: y = x^3 \ldots \; f: y = x^5$



$f: y = x^2 \ldots \; f: y = x^4$



f: $y = x^0$

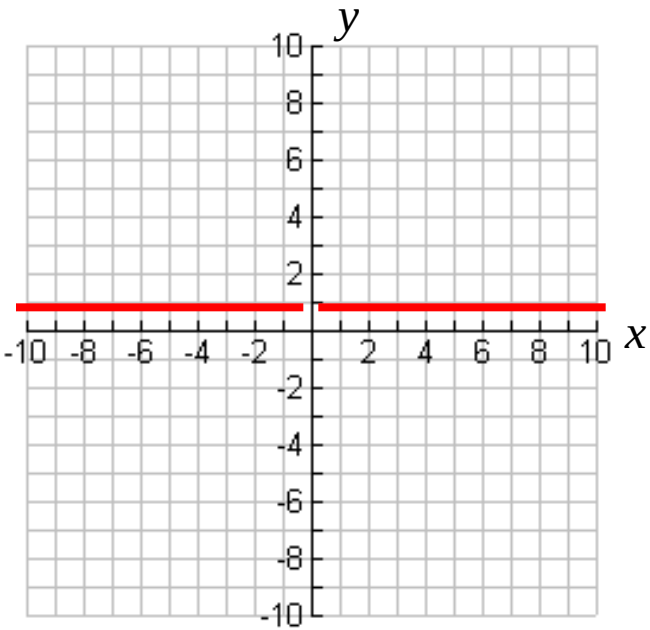
$f(x) = 1$

$D(f) = R - \{0\} =$

$= (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

(Výraz 0^0 není definován.)

$H(f) = \{1\}$



$f: y = x^{-1}$

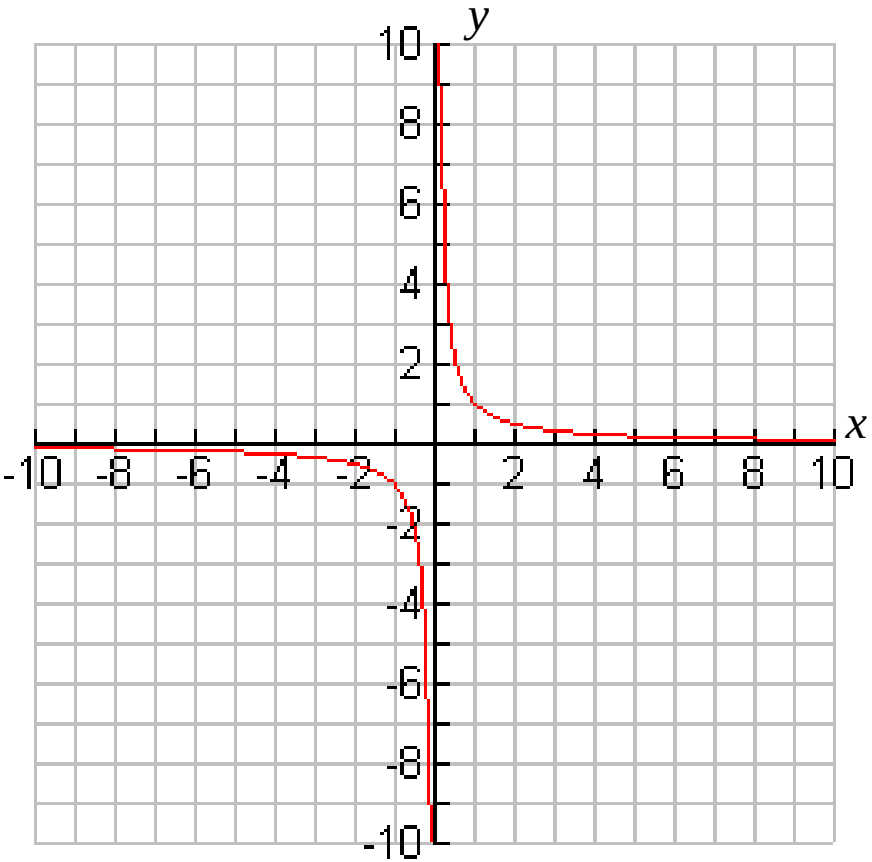
$$y = \frac{1}{x}$$

(nepřímá úměrnost)

$D(f) = R - \{0\} =$
$= (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

x	-2	-1	-0,5	0,5	1	2
x^{-2}	-0,5	-1	-2	2	1	0,5

$H(f) = R - \{0\}$



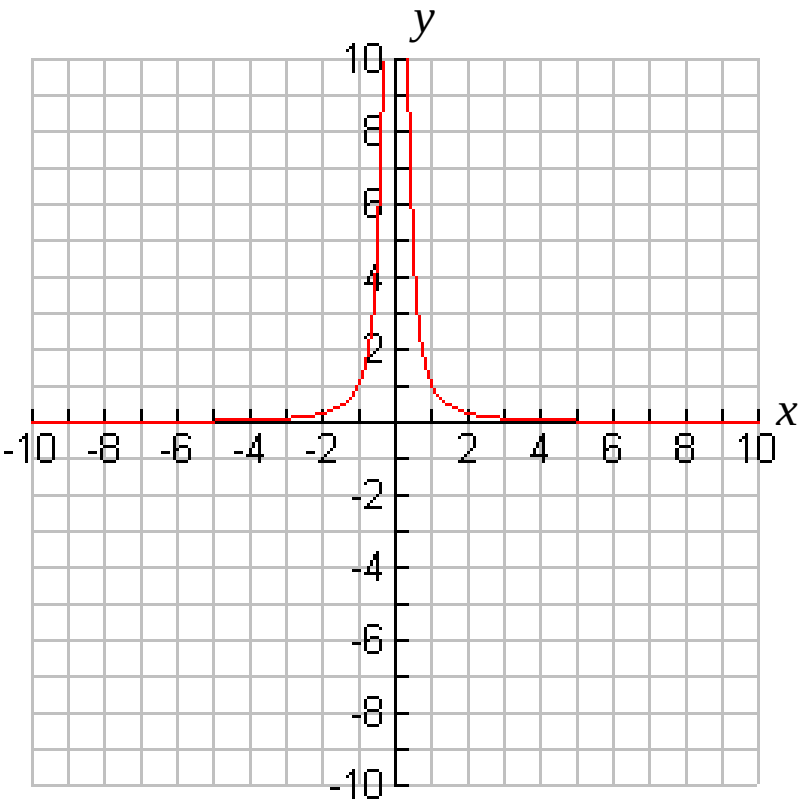
$f: y = x^{-2}$

$$f: y = \frac{1}{x^2}$$

$D(f) = R - \{0\} =$
$= (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

x	-2	-1	-0,5	0,5	1	2
x^{-2}	0,25	1	4	4	1	0,25

$H(f) = (0; \infty)$

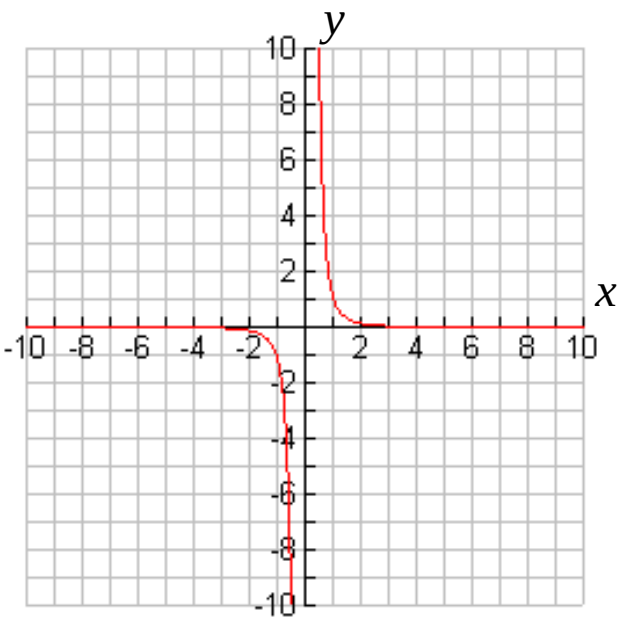


$f: y = x^{-3}$

$$f: y = \frac{1}{x^3}$$

$D(f) = R - \{0\} =$
$= (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

x	-2	-1	-0,5	0,5	1	2
x^{-3}	-0,125	1	8	8	1	0,125



$H(f) = R - \{0\}$